Révision DS commun :

Exercice 1 :

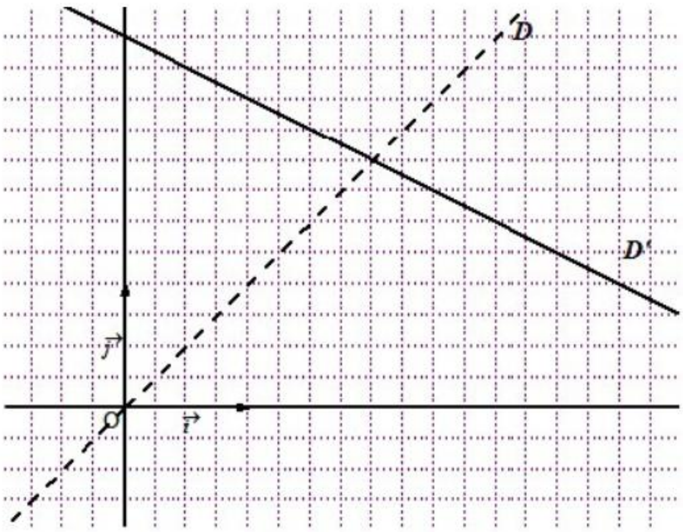
On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbf{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2-u_n} \end{cases}$.

a) Calculer u_1, u_2 et u_3. (Donner le résultat sous forme de fraction).

b) Comparer les quatre premiers termes de la suite (u_n) aux quatre premiers termes de la suite (v_n) définie sur $\mathbf{N}$ par : $v_n = \dfrac{n}{n+1}$.

Exercice 2 :

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbf{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -\dfrac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$.



a) Dans un repère orthonormé (unité graphique : 2 cm), on a tracé ci-contre la droite D d'équation $y = x$ et la droite D' représentant la fonction $f : x \mapsto -\dfrac{1}{2}x + 3$.
Sans effectuer de calcul, placer sur l'axe des abscisses les termes u_0 , u_1 , u_2 et u_3.

b) La suite (u_n) semble-t-elle monotone ?

Exercice 3 :

La suite u est définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + 1}$.

On admet que pour tout entier naturel n, $u_n > 0$ et on définit la suite v pour tout entier naturel n, par $v_n = \dfrac{1}{u_n}$.

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.

<u>Exercice 16</u> : Soit $(p_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ et $(v_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ les suites définies par $\begin{cases} p_1 \\ p_{n+1} = 0,5p_n + 0,2 \end{cases}$ et $v_n = p_n - \dfrac{2}{5}$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

b) En déduire une expression de p_n en fonction de n et p_1.

VI. Raisonnement par récurrence

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + \dfrac{23}{27}$.

Montrer que pour tout entier naturel n, on a $u_n \geq \dfrac{23}{18}$.

Complexe :

Exercice 1 : Compléter le tableau suivant :

Nombre complexe z	Partie réelle de z	Partie imaginaire de z	opposé de z	conjugué de z	nombre réel : oui/non	imaginaire pur : oui/non
$2-3i$						
-6						
$-2-5i$						
$3i$						
$i-1$						
i^2						
i^3						

II. Représentation

Exercice 3 :

1) Placer dans un repère (unité : 2 cm sur chaque axe) les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = 1+i$, $z_B = i+2$, $z_C = i-2$ et $z_D = 2i$.

2) Représenter les points E, F, G d'affixes respectives : -1 , $2+2i$, $1-i$.

III. Calculs

Exercice 5 : Écrire les nombres complexes suivants sous forme algébrique :

$a = 1+i-2(2-i)$ $\quad b = 1+i-2i(2-i)$ $\quad c = (1+i)(2-i)$ $\quad d = (2-i)^2$ $\quad e = (2-i)^2-(2+i)^2$

V. Équations

Résoudre les équations suivantes, d'inconnue z (donner les solutions sous forme algébrique) :

1) $3z-1 = 2-i$ 2) $z^2-(1+i)z = 0$ 3) $z^2-4z+6 = 0$ 4) $\overline{z}-3iz+6i = 0$

VI. Modules et distances

Exercice 18 : A, B, C, D et K sont cinq points du plan, d'affixes respectives :
$a = 2-2i$, $b = -1+7i$, $c = 4+2i$, $d = -4-2i$ et $k = -1+2i$.
Prouver que A, B, C et D sont sur un même cercle de centre K dont on déterminera le rayon.

VII. Géométrie

Exercice 21 : Placer dans un repère les points A, B, C et D d'affixes respectives :
$a = 3i$, $b = 7 + 2i$, $c = 2 - 3i$ et $d = -5 - 2i$.
Déterminer par le calcul la nature du quadrilatère $ABCD$.

Transformations

Exercice 23 :
Soit f la transformation du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = (2 - 2i)z + 1$.
Déterminer l'affixe du point B', image par f du point B d'affixe $b = 3 + 5i$.

Ensembles de points

Exercice 26 :
1) Placer dans un repère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 1 + i$, $b = -2$ et $c = 2i - 1$.
2) Décrire dans chaque cas l'ensemble des points M du plan vérifiant la condition donnée :
a) $|z - 1 - i| = |z + 2|$ b) $|z + 2| = \sqrt{3}$ c) $|z - 2i + 1| \leqslant 2$

Exercice 27 : Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que :
a) $|z - i| = |z + 1|$ b) $|z - 1 - i| = |3 - 4i|$ c) $|z| = 1$

I. Calculs de dérivées

$$(u+v)' = u' + v' \qquad (ku)' = ku' \qquad (uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \qquad (u^n)' = nu^{n-1}u'$$

Exercice 3 : Calculer la dérivée de la fonction f sur l'intervalle proposé.

a) sur $]1;+\infty[$, $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 7}{1 - x}$

b) sur $]-1;+\infty[$, $f(x) = \dfrac{1 - x}{1 + x^3}$

c) sur $\mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{3}{2x^2 + 1}$

d) sur $]0;+\infty[$, $f(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{3x}$

e) sur $]-5;+\infty[$, $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x + 5}$

f) sur $]0;+\infty[$, $f(x) = (2x + 1)\sqrt{x}$

$$f(x) = \sqrt{2x + \frac{1}{x}}\ sur\ ]0;+\infty[$$